

# Wpływ energii mieszania na współczynnik wnikania masy w układzie ciało stałe - ciecz

## 1. Wprowadzenie

Rozpuszczanie ciała stałego w mieszalnikach stanowi jedną z prostszych metod realizacji procesu wymiany masy od ciała stałego do cieczy. Wcześniejsze prace badawcze sugerowały uzależnienie szybkości wymiany masy od parametrów geometrycznych i hydrodynamicznych panujących w mieszalniku z pominięciem właściwości ciała stałego. Nowszy sposób opisu uzależnia szybkość wymiany masy od warunków panujących w bliskim otoczeniu cząstki. W konsekwencji liczbę Reynoldsa odnosi się do właściwości cząstek ciała stałego, a nie mieszadła czy mieszalnika oraz do prędkości poślizgu cieczy względem cząstki. Ruch pojedynczej cząstki ciała stałego w burzliwym strumieniu płynu jest najprostszym przypadkiem burzliwego ruchu mieszaniny dwufazowej. Ze względu na to, że droga cząstki posiadającej bezwładność niekoniecznie pokrywa się liniami strumienia cieczy, należy rozpatrzeć dwie pochodne zupełne po czasie.

Dla cząstki:

$$\frac{d}{d\tau_s} = \frac{\partial}{\partial \tau} + w_{si} \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (1)$$

Dla płynu:

$$\frac{d}{d\tau_s} = \frac{\partial}{\partial \tau} + w_{ci} \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (2)$$

gdzie:  $\tau$  - czas,

$w_{si}$  -  $i$ -ta składowa prędkości cząstki,

$w_{ci}$  -  $i$ -ta składowa prędkości płynu,

$x_i$  -  $i$ -ta składowa przestrzenna.

Bilans sił działających na nieodkształcalną cząstkę kulistą umieszczoną w poruszającej się cieczy sformułował Tchen i przedstawił go w następującej postaci:

$$\begin{aligned} \frac{\pi d^3}{6} (\rho_s + \chi \cdot \rho_c) \cdot \frac{dw_s}{d\tau} = \\ = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_c - \rho_s) \cdot g + \frac{\pi d^3}{6} (1 + \chi) \cdot \rho_c \cdot \frac{dw_c}{d\tau} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \xi_k (w_s - w_c)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Człon występujący po lewej stronie równania odpowiada sile związanej z nadaniem przyspieszenia agregatowi złożonemu z cząstki ciała stałego i pewnej masy cieczy bezpośrednio przylegającej do powierzchni międzyfazowej. Współczynnik masy pozornej  $\chi$  jest to stosunek objętości cieczy „przylepionej” do cząstki i poruszającej

się wraz z nią do objętości cząstki ciała stałego. Dla cieczy nielepkich współczynnik masy pozornej wynosi 0,5. Pierwszy człon po prawej stronie równania (3) reprezentuje pomniejszoną o ciężar własny siłę wyporu działającą na cząstkę. Drugi człon jest siłą nadającą przyspieszenie objętości płynu równej sumie objętości cząstki stałej i przylegającej masy cieczy. Ostatni człon równania (3) reprezentuje siłę oporu działającą na cząstkę kulistą, gdzie  $\xi_k$  jest współczynnikiem oporu cząstki podczas ruchu w cieczy i dany jest równaniem:

$$\xi_k = \xi_{ks} + \frac{d}{2} \left( \frac{\rho_c}{\pi \eta_c} \right)^{1/2} \cdot \int_0^1 \left( \frac{dw_s}{d\tau} - \frac{dw_c}{d\tau} \right) \frac{d\tau}{\sqrt{1-\tau^2}}, \quad (4)$$

w którym  $\xi_{ks}$  jest bezwymiarowym współczynnikiem oporu cząstki przy ustalonym ruchu płynu, a drugi składnik wyraża dynamiczną składową współczynnika oporu, czyli tak zwany człon Basseta ujmujący odchylenie ruchu od przepływu ustalonego.

Poznanie warunków hydrodynamicznych panujących w bezpośrednim sąsiedztwie cząstki pozwala do opisu procesu wymiany masy od ciała stałego do cieczy stosować równania wyprowadzane dla konwekcji wymuszonej:

$$\text{Sh} = 0,998(\text{Re} \cdot \text{Sc})^{1/3} \quad \text{dla } \text{Re} \ll 1, \quad (5)$$

$$\text{Sh} = 2 + 0,6 \cdot \text{Re}^{1/2} \cdot \text{Sc}^{1/3} \quad \text{dla } \text{Re} \gg 1. \quad (6)$$

Trudności w wyznaczaniu prędkości poślizgowych w liczbie Reynoldsa są jednak znaczną przeszkodą w stosowaniu tych równań, a rozwiązanie równania Tcheana napotyka na ogromne trudności. Z tych powodów matematyczny opis tego procesu oparto na teorii izotropii lokalnych burzliwości Kołmogorowa.

Ruch płynu przy wysokich liczbach Reynoldsa ma silną tendencję do lokalnych izotropii. Wielkości charakteryzujące ten ruch są niezależne od charakteru i geometrii powierzchni ograniczających obszar przepływu. Kołmogorow wprowadził nowy zapis izotropii lokalnych burzliwości. Przyjął, że prędkość burzliwego strumienia cieczy jest sumą składowej stacjonarnej i składowych periodycznych o pewnych częstościach i fazach początkowych. Jeżeli oznaczymy przez  $v$  te fluktuacje prędkości, które zachodzą na pewnej drodze  $\lambda$ , to możemy przypisać im pewną liczbę Reynoldsa:

$$\text{Re}_\lambda = \frac{v \cdot \lambda}{\nu}. \quad (7)$$

Jeśli liczba  $\text{Re}_\lambda$  jest wystarczająco duża, to fluktuacje prędkości są nieustalone, nakładają się na nie fluktuacje wyższych rzędów, tzn. odpowiadające większej wartości  $\lambda$ . Dla obszaru, w którym:

$$\text{Re}_\lambda = 1 \quad (8)$$

cała energia płynu rozprasza się wskutek tarcia. Kołmogorow stwierdził, że droga  $\lambda$ , zwana skalą długości Kołmogorowa może być definiowana równaniem:

$$\lambda = \left( \frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}, \quad (9)$$

natomiast fluktuacja prędkości  $v$ , zwana skalą prędkości Kołmogorowa równaniem:

$$v = (v \cdot \varepsilon)^{1/4}, \quad (10)$$

gdzie:  $\varepsilon$  - szybkość dyssypacji (rozpraszania) energii w jednostce masy płynu, wymiar.

Jeżeli odległości i prędkości odpowiadają tym skalom, to istnieje pewna, uniwersalna funkcja  $\beta$  spełniająca zależność:

$$\beta = \frac{w}{v}, \quad (11)$$

gdzie:  $w$  - średnia kwadratowa prędkości względnej między dwoma punktami znajdującymi się w cieczy na pewnej odległości  $d$ .

Kołmogorow udowodnił, że jeżeli liczba Reynoldsa głównego strumienia przepływu jest dostatecznie wysoka, to istnieje pewien inercyjny (bezwładnościowy) podzakres, w którym lepkościowe rozpraszanie energii, tj. zanikanie wirów małych rozmiarów na skutek tarcia wewnętrznego i zmiana tej energii na ciepło, są do pominięcia. W tym obszarze:

$$w \sim (\varepsilon \cdot d)^{1/3} \quad \text{dla } \lambda \ll d \ll L. \quad (12)$$

Po wstawieniu tej zależności do równania (11) otrzymuje się wyrażenie:

$$\beta' \sim \left( \frac{d}{\lambda} \right)^{1/3}. \quad (13)$$

Z kolei dla bardzo małych odległości  $d$  siły lepkości nie mogą być pominięte i wówczas występuje stały gradient prędkości. W warunkach tych obowiązuje zależność:

$$w \sim d \cdot \left( \frac{\varepsilon}{v} \right)^{1/2} \quad \text{dla } d \ll \lambda, \quad (14)$$

a wobec tego:

$$\beta' \sim \frac{d}{\lambda}. \quad (15)$$

Zatem prędkość względna występująca w liczbie Reynoldsa w równaniu (6) może być wyrażona za pomocą zależności (12) lub (14). Umożliwia to obliczenie współczynników wnikania masy bez rozwiązywania równania Tchena, a jednak z zastosowaniem warunków i parametrów występujących w bliskim otoczeniu cząstki. Należy sobie jednak zdawać sprawę z pewnych nieścisłości tego rozwiązania. Równania opisujące wymianę masy zostały wyprowadzone dla ustalonych warunków przepływu, natomiast teoria izotropii lokalnych burzliwości odnosi się do stanu, w którym zachodzą fluktuacje burzliwości. Następną sprawą jest wybór odpowiedniej odległości  $d$ . Przyjęcie rozmiaru cząstki jest najprostszym rozwiązaniem, ale trudno uzasadnić ten wybór teoretycznie. Wstawiając, mimo tych zastrzeżeń, zależność (12) lub (14) do równania (6) otrzymuje się zależności:

$$Sh = 2 + 0,6 Re^{1/2} Sc^{1/3} = 2 + 0,6 \left( \frac{d^{4/3} \cdot \varepsilon^{1/3}}{\nu} \right)^{1/2} Sc^{1/3} \quad \text{dla } \lambda \ll d \quad (16)$$

oraz

$$Sh = 2 + 0,6 Re^{1/2} Sc^{1/3} = 2 + 0,6 \left( \frac{d^2 \cdot \varepsilon^{1/2}}{\nu^{3/2}} \right)^{1/2} Sc^{1/3} \quad \text{dla } d \ll \lambda \quad (17)$$

Zgodnie z powyższymi zależnościami szybkość wymiany masy, a zatem i współczynniki wnikania masy zależą od rozmiaru cząstek  $d$  oraz od ilości energii dostarczonej do układu, a reprezentowanej przez wielkość  $\varepsilon$ , która dla mieszalników jest opisana równaniem:

$$\varepsilon = \frac{n^3 \cdot D^5}{D_k^2 \cdot H}, \quad (18)$$

gdzie:  $n$  - częstość obrotowa mieszadła, 1/s,

$D$  - średnica mieszadła, m,

$D_k$  - średnica mieszalnika,

$H$  - wysokość słupa cieczy.

## 2.Cel ćwiczenia

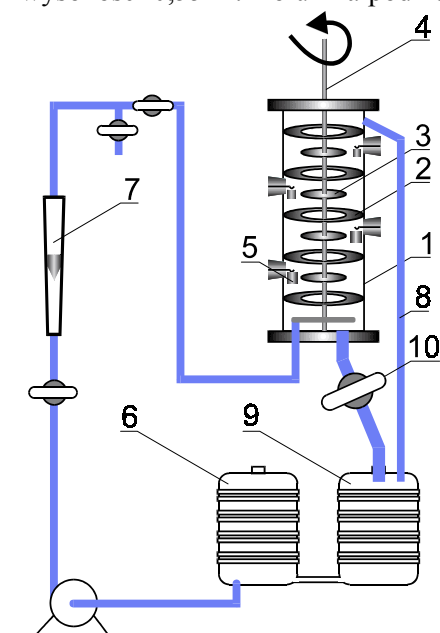
Celem ćwiczenia jest:

- eksperymentalne wyznaczenie współczynników wnikania masy od odlewanych walców kwasu salicylowego do wody w procesie rozpuszczania tych cząstek w strumieniu cieczy przepływającym przez kolumnę z wirującymi dyskami,

- porównanie doświadczalnych i obliczonych teoretycznie wartości współczynników wnikania masy.

### 3. Aparatura

Schemat instalacji doświadczalnej przedstawiono na rys.1. Zasadniczym elementem aparatury badawczej jest kolumna dyskowa **1** o średnicy  $D_k=0,2$  m i wysokości 0,55 m. Kolumna podzielona jest na cztery sekcje mieszania o wysokości  $H = 0,1$  m i średnicy wewnętrznej statora **2**  $D_s= 0,12$  m. Średnica dysków **3** umieszczonych na wale **4** w połowie każdej sekcji mieszania wynosi  $D = 0,08$  m. W ścianie kolumny znajdują się cztery otwory (każdy w jednej sekcji) służące do umieszczenia cząstek ciała stałego wewnątrz aparatu. Otwory są zamykane korkami z haczykami, na którym wieszka się kształtki ciała stałego **5**. Woda do kolumny pompowana jest ze zbiornika obiegowego **6** przez rotametr **7**. Przepływa w górę kolumny i rurą odpływową **8** spływa do zbiornika pośredniego **9** skąd pompą zawracana jest do obiegu. Objętość wody w instalacji wynosi  $0,1$  m<sup>3</sup>. W momencie zakończenia doświadczenia kolumna jest opróżniana zaworem spustowym **10** znajdującym się w jej dnie. Czas opróżniania wynosi około 12 s.



Rys. 1 Schemat instalacji doświadczalnej.

### 4. Metodyka pomiarów

Zważone i zmierzone kształtki kwasu salicylowego należy zawiesić w kolumnie. Zamknąć zawór spustowy **10**, włączyć pompę i napełniać kolumnę wodą. Za pomocą zaworu umieszczonego pod rotametrem ustalić strumień objętości wody (podaje prowadzący), uruchomić silnik napędzający rotor i ustalić zadaną częstość obrotową dysków. Czas rozpuszczania mierzyć od momentu zanurzenia najwyższej kształtki. Doświadczenie zakończyć po 45 minutach wyłączając stoper, opróżniając kolumnę przez otwarcie zaworu spustowego i wyjmując kształtki z wnętrza aparatu. Kształtki suszyć około 1 doby do stałej masy i powtórnie zważyć.

Wykonać dwa doświadczenia przy różnej częstości obrotowej rotora, używając kształtek o czterech różnych średnicach zastępczych w każdym doświadczeniu.

## 5. Opracowanie wyników pomiarów

Średnicę zastępczą kształtki obliczyć jako średnicę kuli o powierzchni równej powierzchni walca:

$$d_z = \left( d_p h + \frac{d_p^2}{2} \right)^{1/2}, \quad (19)$$

gdzie:  $d_p$  - średnica podstawy, m,  
 $h$  - wysokość walca, m.

Współczynnik wnikania masy od powierzchni ciała stałego do wody obliczyć oddzielnie dla każdej kształtki ze wzoru:

$$\beta = \frac{-\Delta m}{\Delta \tau} \cdot \frac{1}{A(C^* - C)}, \quad (20)$$

gdzie:  $C^*$  - stężenie nasycenia kwasu salicylowego w wodzie ( $2,2 \text{ kg/m}^3$ ).

$C$  - stężenie w rdzeniu cieczy,  $\text{kg/m}^3$  - przyjąć:  $C = 0$ .

$A$  - pole powierzchni wymiany masy,  $\text{m}^2$  - przyjąć początkowe pole powierzchni geometrycznej kształtki.

Sporządzić wykres zależności  $\log[(Sh-2)/Sc^{1/3}]$  od  $\log(Re)$ , na którym nanieść punkty doświadczalne (wyliczone dla każdej kształtki) oraz linię opisaną równaniem (16).

Uwaga: *Wartość współczynnika dyfuzji kwasu salicylowego w wodzie wynosi  $9,08 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ .*