

Wyznaczanie profilu prędkości płynu w rurociągu o przekroju kołowym

1. Wprowadzenie.

Dla ustalonego, jednokierunkowego i uwarstwionego przepływu przez rurę o przekroju kołowym równanie Naviera-Stokesa upraszcza się do postaci zwyczajnego równania różniczkowego. W układzie współrzędnych cylindrycznych dla przepływu wzdłuż osi x ma ono następującą formę:

$$\frac{1}{\eta} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{d^2 w_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw_r}{dr} \quad (1)$$

gdzie: r - odległość od osi rury w kierunku normalnym, m. ,
 w_r - prędkość lokalna w punkcie r , m/s ,
 η - lepkość dynamiczna, Pa·s ,
 dp/dx - gradient ciśnienia wzdłuż osi rury, Pa/m.

Scałkowanie tego równania pozwala uzyskać wyrażenie na prędkość lokalną w dowolnym punkcie przekroju rury :

$$w_r = \frac{1}{4\eta} \cdot \frac{dp}{dx} (R^2 - r^2) \quad (2)$$

gdzie : R - promień rury .

Z równania (2) wynikają zależności między prędkością lokalną, maksymalną i średnią przepływającego płynu:

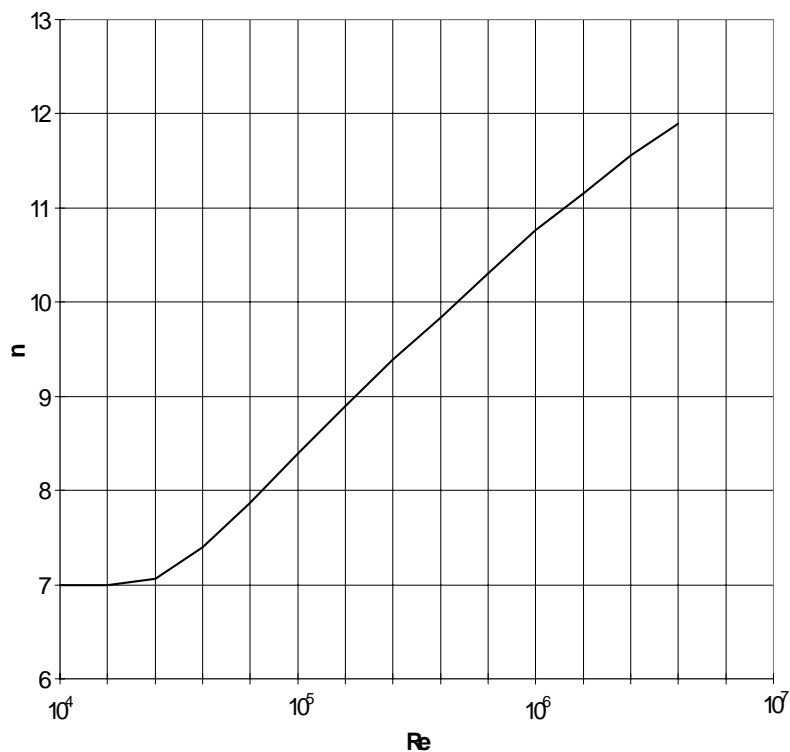
$$w_r = w_{\max} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = 2 \cdot w_{sr} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (3)$$

W przypadku ruchu laminarnego występuje zatem paraboliczny rozkład prędkości.

W warunkach przepływu burzliwego nie można rozwiązać równania Naviera-Stokesa w sposób analityczny, gdyż poszczególne elementy płynu poruszają się nieregularnie wykazując cechy ruchu nieustalonego. W tym przypadku rozkład prędkości może być opisany w sposób przybliżony, za pomocą równania:

$$w_r = w_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n} \quad (4)$$

Wykładnik $1/n$ jest funkcją liczby Reynoldsa, a zależność parametru n od liczby Reynoldsa Re pokazano graficznie na rys.1.



Rys.1. Zależność wykładnika n (równanie 4) od liczby Reynoldsa.

Badanie zjawisk występujących przy przepływie burzliwym przeprowadza się zazwyczaj w sposób doświadczalny. Jedną z najprostszych metod pomiaru lokalnej prędkości przepływu jest zastosowanie rurki Prandtla. Na rys.2a pokazano pomiar ciśnienia całkowitego, statycznego i dynamicznego za pomocą tego przyrządu, a rysunek 2b przedstawia schematycznie najczęstszy sposób pomiaru, tj. pomiar ciśnienia dynamicznego p_d .

$$p_d = p_c - p_s = \Delta p \quad (5)$$

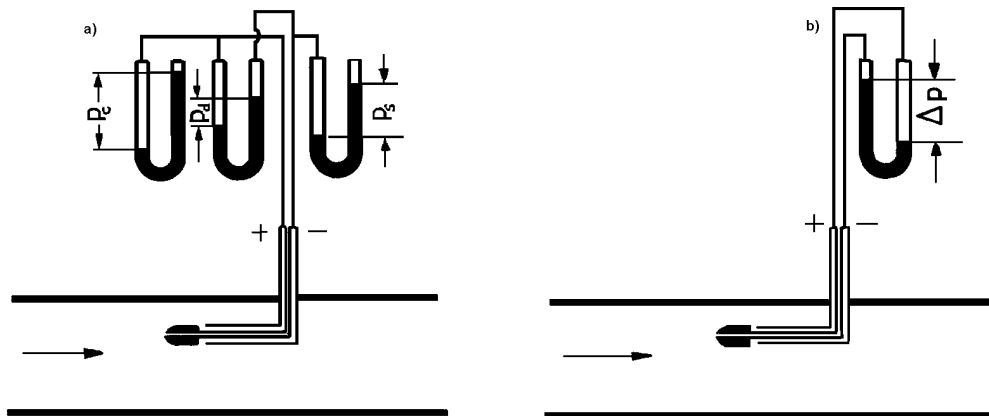
gdzie: p_c - ciśnienie całkowite, Pa,

p_s - ciśnienie statyczne, Pa.

Pomiar ciśnienia dynamicznego umożliwia określenie prędkości lokalnej w punkcie umieszczenia sondy poprzez wykorzystanie równania Bernoulliego, które pozwala sformułować następującą zależność:

$$w_r = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} \quad (6)$$

gdzie: ρ - gęstość płynu .



Rys.2. a) Pomiar ciśnienia całkowitego, statycznego i dynamicznego, b) pomiar ciśnienia dynamicznego za pomocą rurki Prandtla.

Ze względu na to, że ciśnienie dynamiczne jest przeważnie stosunkowo małe (około kilkudziesięciu Pa) do jego pomiaru używa się z reguły mikromanometrów z pochyłą rurką pomiarową.

Znając zależności prędkości lokalnej od promienia można przez całkowanie graficzne obliczyć średnią prędkość przepływu. Kłopotliwego całkowania graficznego można uniknąć poprzez odpowiednie usytuowanie punktów pomiarowych. W tym celu należy podzielić powierzchnię przekroju rury na N współśrodkowych części o jednakowym polu powierzchni i każdą prędkość lokalną mierzyć w połowie szerokości danego pierścienia. Dla rury o promieniu R pole powierzchni każdego z N pierścieni wynosi $\pi R^2/N$. Stąd pole powierzchni koła, którego obwód przechodzi przez n -te miejsce pomiarowe, zawierającego część centralną oraz pierścienie do n -tego, dane jest przez wyrażenie:

$$\pi \cdot r_n^2 = (n-1) \cdot \frac{\pi R^2}{N} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi R^2}{N} \quad (6)$$

Stąd wynika, że n -ta sonda pomiarowa powinna być umieszczona w odległości od osi:

$$r_n = R \cdot \sqrt{\frac{2n-1}{N}} \quad (7)$$

Zakłada się, że każda sonda mierzy przeciętną prędkość w dźęci, w której została umieszczona. Iloczyn tej prędkości i pola powierzchni danej części

daje strumień objętości płynu przez dany pierścień czy część centralną. Zatem strumień objętości płynu przepływający przez całą rurę stanowi sumę wyrażoną wzorem:

$$\dot{V} = \frac{\pi R^2}{N} \cdot \sum_1^N w_{rn} \quad (8)$$

Średnia prędkość płynu w rurze, jako stosunek strumienia objętości do pola przekroju rury (πR^2), wynosi:

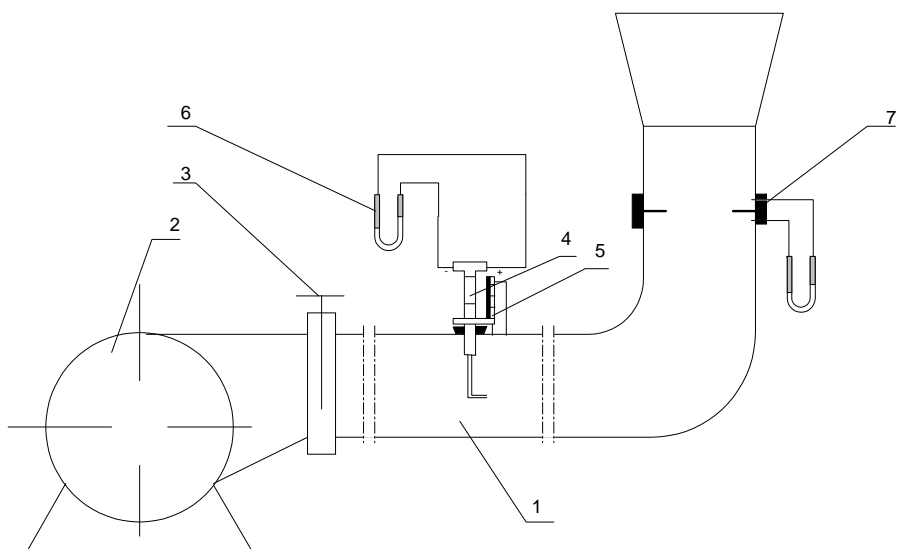
$$w_{sr} = \frac{\sum_1^N w_{rn}}{N} \quad (9)$$

2. Cel ćwiczenia.

Głównym celem ćwiczenia jest wyznaczenie rozkładu prędkości gazu podczas przepływu przez rurę o przekroju kołowym. Dalszym celem jest porównanie profilu uzyskanego na podstawie pomiaru lokalnych prędkości z profilem obliczonym za pomocą odpowiednich równań. Kolejnym celem ćwiczenia jest wyznaczenie średniej prędkości przepływu przez rurę.

3. Aparatura.

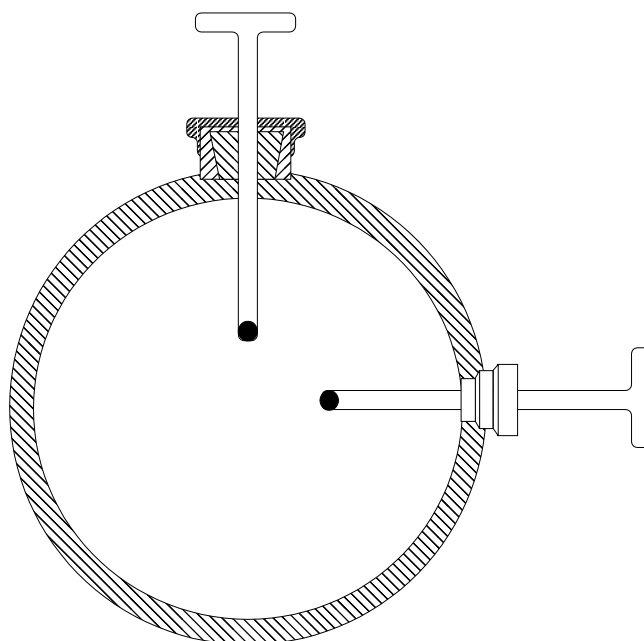
Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiony jest na rysunku 3. Powietrze jest tłoczone do rury pomiarowej (1) za pomocą wentylatora (2). Tuż za wentylatorem jest zamontowana zasuwka (3), umożliwiająca regulację strumienia objętości powietrza. W środkowej części rurociągu na obwodzie rury są zamocowane dwie rurki Prandtla (4). Rurki te wmontowano w ten sposób, że istnieje możliwość przesuwania ich w kierunku prostym do osi rury, co zostało schematycznie pokazane na rysunku 4. Położenie sondy pomiarowej może być określone za pomocą podziałki milimetrowej (5). Ciśnienie dynamiczne mierzone jest mikromanometrami (6) z uchylnymi rurkami pomiarowymi. Do porównawczego pomiaru strumienia objętości gazu płynącego przez rurę wykorzystuje się kryzę pomiarową (7) umieszczoną na pionowej części rury. Średnica rurociągu przed kryzą wynosi $D_r=105$ mm, a średnica otworu kryzy $d_0=65$ mm. Spadek ciśnienia na kryzie pomiarowej mierzony jest za pomocą U-rurki wypełnionej wodą.



Rys.3. Schemat aparatury pomiarowej .

4. Metodyka pomiarów.

Podczas przepływu powietrza należy wykonać pomiary lokalnych prędkości gazu za pomocą dwóch sond pomiarowych (rurek Prandtla) zmieniając ich położenie wzdłuż średnicy rury co 10 mm, lub obliczając to położenie z zależności (7). Pomiary należy wykonać dla trzech różnych strumieni objętości gazu regulowanych zasuwą znajdującą się za wentylatorem. Dla każdego pomiaru należy tak dobrać pochylenie rurki mikromanometru rurką, aby uzyskać odpowiednio duże wychylenie cieczy manometrycznej (CH_3OH). Pomiar strumienia objętości gazu należy wykonać odczytując wskazania manometru połączonego z kryzą pomiarową.



Rys.4. Sposób zamocowania sond pomiarowych.

5. Opracowanie wyników pomiarów.

Na podstawie pomiarów prędkości lokalnej oraz prędkości średniej należy :

1. Na podstawie zależności (6) obliczyć prędkości lokalne.
Zmierzony spadek ciśnienia w mm CH₃OH przeliczyć na jednostki układu SI korzystając z zależności:

$$\Delta p = \rho_{CH_3OH} \cdot g \cdot \Delta h = 792 \cdot 9,81 \cdot \Delta h \quad (10)$$

gdzie: Δh - przeliczone wskazanie mikromanometru, m CH₃OH.

Gęstość powietrza w temperaturze procesu obliczyć wykorzystując równanie:

$$\rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{p \cdot 29}{8314 \cdot T} \quad (11)$$

2. Wykreślić zmierzone profile prędkości w rurze w układzie współrzędnych $w_r = f(r)$ dla obu sond pomiarowych i dla trzech strumieni objętości gazu.
3. Obliczyć prędkość średnią na podstawie wykresu $w_r = f(r)$ za pomocą:
 - a) całkowania graficznego - w_{srC} . W tym celu należy obliczyć pole powierzchni pod wykresem $w_r = f(r)$ w granicach „-R” do „+R”, a wielkość średnią wyznaczyć z zależności:

$$w_{\text{srC}} = \frac{1}{2R} \int_{-R}^R w_r \cdot dr \quad (12)$$

- b) metodą statystyczną - w_{srS} . W tym celu należy pole przekroju rury podzielić na kilka (przynajmniej 5) współśrodkowych części o równych polach powierzchni. Na promieniu obliczonym z zależności (7) wyznaczyć prędkość lokalną w_r . Prędkość średnią obliczyć z zależności (9).
4. Wykreślić profile prędkości w układzie współrzędnych bezwymiarowych $w_r/w_{\text{srC}} = f(r/R)$ oraz $w_r/w_{\text{srS}} = f(r/R)$ dla trzech strumieni objętości gazu.
 5. Porównać prędkości średnie wyznaczone opisanymi metodami z prędkością średnią uzyskaną z pomiaru spadku ciśnienia na kryzie - w_{srD} wykorzystując zależność:

$$w_{\text{srD}} = \frac{A_o \cdot w_o}{A_r} = \left(\frac{d_o}{d_r} \right)^2 \alpha \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \left(\frac{65}{105} \right)^2 \cdot 0,61 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (13)$$

$$\Delta p = \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot \Delta h = 1000 \cdot 9,81 \cdot \Delta h \quad (14)$$

gdzie: Δh - wskazanie manometru, m H₂O.

6. Wyniki pomiarów i obliczeń należy zestawić w następującej tabeli:

| Nr serii pomiarowej | r | p _d | Δp | w _r | w _{srC} | N | r _n | w _r | w _{srS} | w _{srD} |
|---------------------|----|----------------|---------------------|----------------|------------------|---|----------------|----------------|------------------|------------------|
| | mm | mm metanolu | mm H ₂ O | m/s | m/s | | m | m/s | m/s | m/s |
| I pozioma | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| I pionowa | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| II pozioma | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

7. Zinterpretować wyniki obliczeń.